

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2015**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΛΥΣΕΙΣ**

**Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 04 Ιουνίου 2015**

**08:00 – 10:30**

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε επτά (7) σελίδες.**

**ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις**

Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο τετράδιο απαντήσεων.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Δίνεται τυπολόγιο (σελίδες 6 και 7)

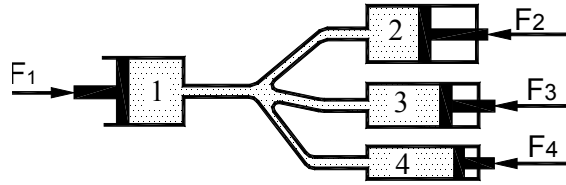
**ΜΕΡΟΣ Α: - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.**

**Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.**

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να γράψετε τη σωστή απάντηση.

1. Στο υδραυλικό σύστημα που φαίνεται πιο κάτω, τα έμβολα έχουν σταθεροποιηθεί στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα 1. Η σχέση μεταξύ των διαμέτρων των εμβόλων είναι  $D_1 > D_2 > D_3 > D_4$ . Η ορθή σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα 1, 2, 3 και 4 είναι:

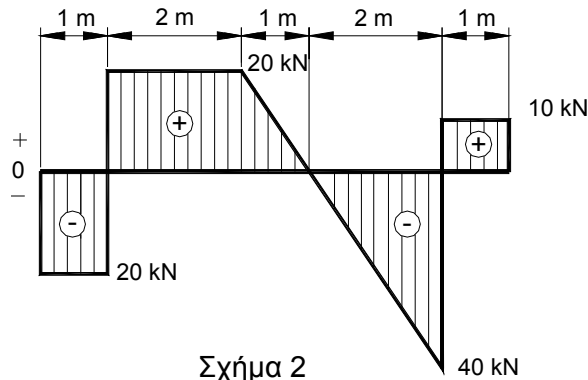
- (α)  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$
- (β)  $F_1 > F_2 > F_3 > F_4$
- (γ)  $F_1 < F_2 < F_3 < F_4$
- (δ)  $F_1 < F_4 < F_3 < F_2$



Σχήμα 1

2. Στο σχήμα 2 δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 7 m. Η μέγιστη ροπή κάμψης  $M_{bmax}$  είναι:

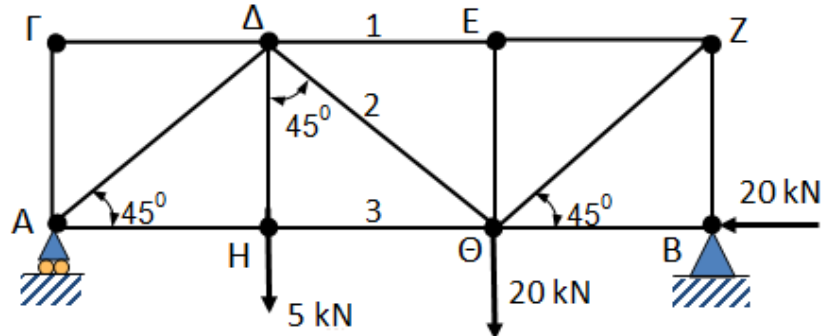
- (α)  $M_{bmax} = 10 \text{ kNm}$
- (β)  $M_{bmax} = 20 \text{ kNm}$
- (γ)  $M_{bmax} = 60 \text{ kNm}$
- (δ)  $M_{bmax} = 30 \text{ kNm}$



Σχήμα 2

3. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 3 οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

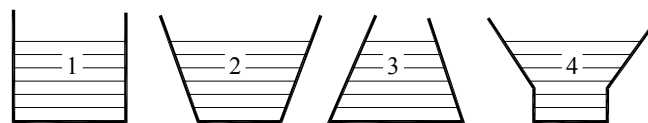
- (α) ΑΓ, ΓΔ και ΕΘ
- (β) ΑΔ, ΓΔ και ΕΘ
- (γ) ΒΖ, ΓΔ και ΒΘ
- (δ) ΑΓ, ΗΔ και ΗΘ



Σχήμα 3

4. Τα τέσσερα δοχεία του σχήματος 4 περιέχουν υγρό διαφορετικής πυκνότητας  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  και  $\rho_4$ . Αν  $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$ , η ορθή σχέση μεταξύ των πιέσεων που ασκούνται στον πυθμένα των δοχείων είναι:

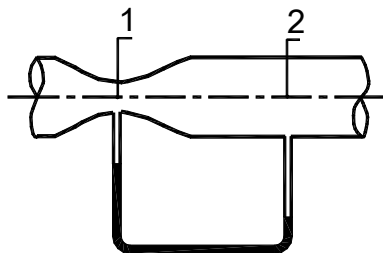
- (α)  $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$
- (β)  $P_1 < P_2 < P_3 < P_4$
- (γ)  $P_1 < P_3 < P_2 < P_4$
- (δ)  $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$



Σχήμα 4

5. Στο σχήμα 5 φαίνεται τμήμα αγωγού μέσα στον οποίο ρέει νερό.  
Για τις θέσεις 1 και 2 ισχύει:

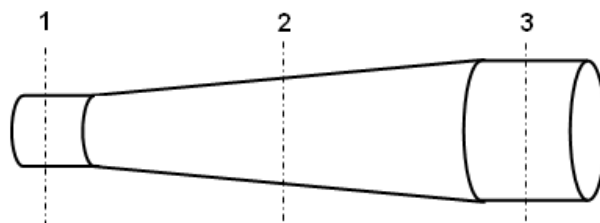
- (α) Η παροχή στη θέση 1 είναι μικρότερη από την παροχή στη θέση 2  
 (β) Η παροχή στη θέση 1 είναι μεγαλύτερη από την παροχή στη θέση 2  
 (γ) Η ταχύτητα του νερού στη θέση 1 είναι μικρότερη από την ταχύτητα στη θέση 2  
 (δ) Η στατική πίεση στη θέση 1 είναι μικρότερη από εκείνη στη θέση 2



Σχήμα 5

6. Στο σχήμα 6 φαίνεται ένας αγωγός μέσα από τον οποίο ρέει νερό. Η ορθή σχέση μεταξύ της παροχής  $Q_1$ ,  $Q_2$ , και  $Q_3$ , στις διατομές 1, 2 και 3 του αγωγού είναι:

- (α)  $Q_2 > Q_1 > Q_3$   
 (β)  $Q_1 > Q_2 > Q_3$   
 (γ)  $Q_1 = Q_2 = Q_3$   
 (δ)  $Q_1 < Q_2 < Q_3$



Σχήμα 6

7. Να υπολογίσετε τη θερμότητα  $Q$  που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας νερού μάζας  $m = 25 \text{ kg}$  από  $20^\circ\text{C}$  σε  $100^\circ\text{C}$ .  
(η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού είναι  $c = 4200 \text{ J/kg K}$ )

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta = 25 \cdot 4200 \cdot 80 = 8400 \text{ kcal}$$

8. Συρματόσχοινο έχει μήκος  $\ell = 50 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε την αύξηση του μήκους του  $\Delta\ell$  όταν η θερμοκρασία του αυξηθεί κατά  $40^\circ\text{C}$  και ο συντελεστής γραμμικής διαστολής του  $\alpha = 17 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

$$\Delta\ell = \alpha \cdot \ell \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\ell = 17 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 40$$

$$\Delta\ell = 0,034 \text{ m}$$

$$\Delta\ell = 34 \text{ mm}$$

9. Να υπολογίσετε το ελάχιστο πλάτος δοκού, ορθογωνικής διατομής ύψους  $h = 250 \text{ mm}$ , όταν η μέγιστη ροπή κάμψης που ασκείται στη δοκό  $M_{b\max} = 200 \text{ kNm}$  και η μέγιστη καμπτική τάση  $\sigma_{\max} = 120 \text{ N/mm}^2$ .

$$M_{b\max} = 200 \text{ kNm} = 200 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\frac{M_{b_{\max}}}{I} = \frac{\sigma}{y} \Rightarrow I = \frac{M_{b_{\max}} \cdot y}{\sigma} = \frac{200 \cdot 125 \cdot 10^6}{120} = 208,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \Rightarrow b = \frac{I \cdot 12}{h^3} = \frac{208,33 \cdot 10^6 \cdot 12}{250^3} = 160 \text{ mm}$$

10. Από σωλήνα διαμέτρου  $d = 200 \text{ mm}$  ρέει νερό με ταχύτητα  $u = 0,5 \text{ m/s}$ , να υπολογίσετε:

(α) την παροχή  $Q$  του σωλήνα και

(β) το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει δεξαμενή χωρητικότητας  $V = 50 \text{ m}^3$ .

$$(α) A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 0,1^2 = 0,0314 \text{ m}^2$$

$$Q = A \cdot v = 0,0314 \cdot 0,5 = 0,0157 \text{ m}^3/\text{s}$$

(β)

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{50}{0,0157} = 3184,71 \text{ s}$$

$$t = 53,8 \text{ min}$$

11. Σε άτρακτο διαμέτρου  $D = 60 \text{ mm}$  ασκείται στρεπτική ροπή  $M_t = 10 \text{ kNm}$ . Να υπολογίσετε τη μέγιστη διατμητική τάση.

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G\theta}{\ell} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot r}{J}$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 60^4}{32} = 1,27 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau_{\max} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 30}{1,27 \cdot 10^6} = 236,22 \text{ N/mm}^2$$

12. Ένα αέριο έχει όγκο  $V_1 = 150 \text{ cm}^3$  υπό πίεση  $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$  και θερμοκρασία  $\theta_1 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$ . Να υπολογίσετε τον νέο όγκο του αερίου  $V_2$ , όταν η πίεση του γίνει  $P_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  και η θερμοκρασία του  $\theta_2 = 62 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot P_2}$$

$$T_1 = 273 + 22 = 295 \text{ K}$$

$$T_2 = 273 + 62 = 335 \text{ K}$$

$$V_2 = \frac{10^5 \cdot 150 \cdot 335}{295 \cdot 2 \cdot 10^5} = 85,17 \text{ cm}^3$$

**ΜΕΡΟΣ Β: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.**

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Άξονας με διάμετρο  $D = 200 \text{ mm}$  περιστρέφεται με  $n = 60 \text{ rpm}$ . Αν η μέγιστη τάση διάτμησης στον άξονα  $\tau_{\max} = 100 \text{ N/mm}^2$ , να υπολογίσετε:

- (α) τη μέγιστη ροπή στρέψης  $M_t$   
 (β) την ισχύ  $P$  που μεταφέρει ο άξονας.

(α)

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G\theta}{\ell} \Rightarrow M_t = \frac{\tau_{\max} \cdot J}{r}$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 200^4}{32} = 157 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_t = \frac{100 \cdot 157 \cdot 10^6}{100} = 157 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_t = 157 \text{ kNm}$$

(β)  $P = M_t \cdot \omega \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 6,28 \text{ rad/s}$

$$P = M_t \cdot \omega = 157 \cdot 10^3 \cdot 6,28 = 985,96 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$P = 985,96 \text{ kW}$$

14. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 7, να υπολογίσετε με τη μέθοδο των τομών στις εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1, 2, 3 και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους

$$\Sigma M_{\Gamma} = 0$$

$$15 \cdot 3 + F_3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_3 = -15 \text{ kN} \text{ (ΘΛΙΨΗ)}$$

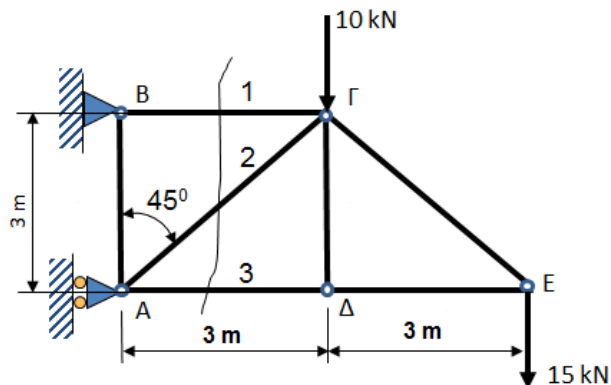
$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 6 + 10 \cdot 3 - F_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_1 = 40 \text{ kN} \text{ (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

$$\Sigma M_{\Delta} = 0$$

$$15 \cdot 3 - F_2 \cdot 3 \eta \mu 45^\circ - F_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_2 = 15 \cdot 3 - 40 \cdot 3 \eta \mu 45^\circ$$

$$F_2 = -35,35 \text{ kN} \text{ (ΘΛΙΨΗ)}$$



Σχήμα 7

15. Οι αγωγοί A και B που φαίνονται στο σχήμα 8 μεταφέρουν το ίδιο υγρό πυκνότητας  $\rho_u = 800 \text{ kg/m}^3$ . Αν η πυκνότητα του μανομετρικού υγρού είναι  $\rho_\mu = 13600 \text{ kg/m}^3$ , να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο αγωγών.

$$P_2 = P_3$$

$$P_2 = P_A + \rho_\mu gh + \rho_u g(h_1 - h)$$

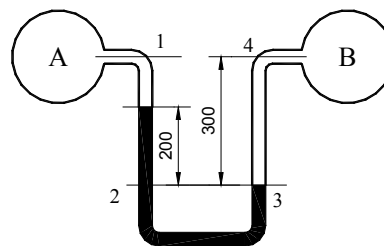
$$P_3 = P_B + \rho_u gh_1$$

$$P_B + \rho_u gh_1 = P_A + \rho_\mu gh + \rho_u g(h_1 - h)$$

$$P_B - P_A = \rho_\mu gh - \rho_u gh \quad P_B - P_A = gh(\rho_\mu - \rho_u)$$

$$P_B - P_A = 9,81 \times 0,2(13600 - 800)$$

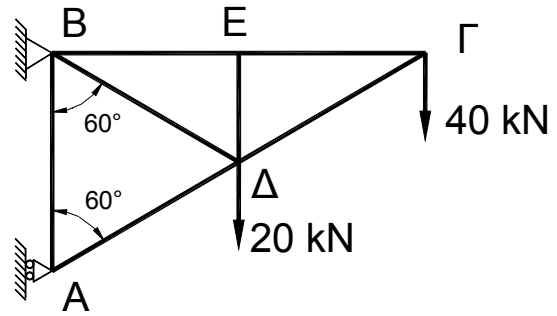
$$P_B - P_A = 25113,6 \text{ Pa}$$



Σχήμα 8

16. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 9 να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου Γ, και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.

$$\begin{aligned} \Sigma F_{\psi} &= 0 \\ -40 - F_{\Gamma\Delta} \cdot \eta\mu 30 &= 0 \\ F_{\Gamma\Delta} &= -80 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)} \\ \Sigma F_{\chi} &= 0 \\ -F_{E\Gamma} - F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 &= 0 \\ F_{E\Gamma} &= -F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 = -(-80) \cdot \sigma\upsilon\nu 30 \\ F_{E\Gamma} &= 69,28 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ)} \end{aligned}$$



Σχήμα 9

**ΜΕΡΟΣ Γ: - Δύο (2) ερωτήσεις.**

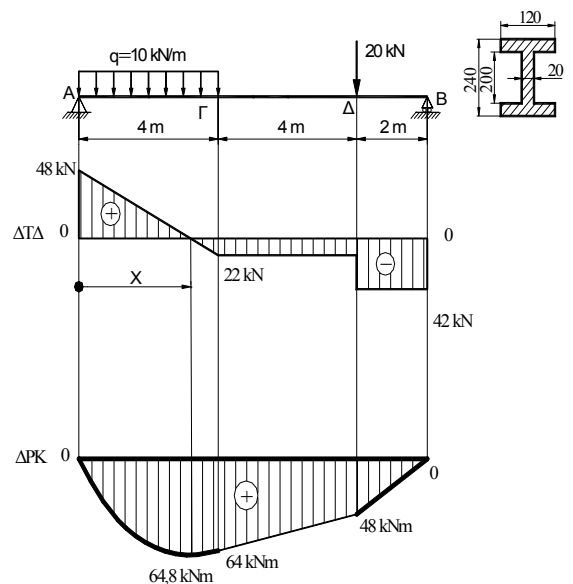
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες

17. Για τη δοκό που φαίνεται στο σχήμα 10 να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις  $R_A$  και  $R_B$
- (β) τις τέμνουσες δυνάμεις σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων ( $\Delta T\Delta$ )
- (γ) τις ροπές κάμψης σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα ροπών κάμψης ( $\Delta P\kappa$ )
- (δ) τη μέγιστη τάση κάμψης.

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ 10 \cdot 4 \cdot 2 + 20 \cdot 8 - R_B \cdot 10 &= 0 \Rightarrow R_B = \frac{80 + 160}{10} = 24 \text{ kN} \\ \Sigma M_B &= 0 \\ R_A \cdot 10 - 10 \cdot 4 \cdot 8 - 20 \cdot 2 &= 0 \Rightarrow R_A = \frac{320 + 40}{10} = 36 \text{ kN} \\ \Sigma F_y &= 0 \\ R_A + R_B - 10 \cdot 4 - 20 &= 0 \\ 36 + 24 - 40 - 20 &= 0 \end{aligned}$$



(β) Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων

$$\begin{aligned} T_{\Delta(A-\Gamma)} &= 36 - 10 \cdot x \\ x = 0 \quad 36 - 10 \cdot 0 &= 36 \text{ kN} \\ x = 4 \quad 36 - 10 \cdot 4 &= -4 \text{ kN} \\ T_{\Delta(\Gamma-\Delta)} &= 36 - 40 = -4 \text{ kN} \\ T_{\Delta(\Delta-B)} &= 36 - 40 - 20 = -24 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\Delta_x} = 0 \quad T_{\Delta_x} = 36 - 10 \cdot x = 0 &\Rightarrow 36 - 10 \cdot x = 0 \\ x &= 3,6 \text{ m} \end{aligned}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$PK_x = 36 \cdot x - 10x \cdot \frac{x}{2} = 36 \cdot x - 5x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow PK_A = 0$$

$$x = 4 \Rightarrow PK_\Gamma = 36 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 64 \text{ kNm}$$

$$x = 3,6 \text{ m}$$

$$PK_x = 36 \cdot 3,6 - 5 \cdot 3,6^2 = 64,8$$

$$PK_\Delta = 36 \cdot 8 - 10 \cdot 4 \cdot 6 = 48 \text{ kNm}$$

$$PK_B = 0$$

$$(\delta) \frac{M_b}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b \max} = \frac{M_{b \max} \cdot y_{\max}}{I} \quad M_{b \max} = 64,8 \text{ kNm}$$

$$M_{b \max} = 64,8 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = 120 \text{ mm}$$

$$I = I_1 - 2I_2 = \frac{120 \cdot 240^3}{12} - 2 \frac{50 \cdot 200^3}{12} = 71,573 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{64,8 \cdot 10^6 \cdot 120}{71,57 \cdot 10^6} = 108,65 \text{ N/mm}^2$$

18. Σε ελαφρό άξονα τοποθετείται χαλύβδινος δίσκος διαμέτρου  $d = 0,3 \text{ m}$  και μάζας  $m = 60 \text{ kg}$ . Να υπολογίσετε:

(α) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου  $I$

(β) Τη ροπή στρέψης  $M_t$  που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτό για να επιταχυνθεί και περιστραφεί από  $n_1 = 60 \text{ rpm}$  σε  $n_2 = 300 \text{ rpm}$  σε χρόνο  $t = 4 \text{ s}$ , αν η ροπή στρέψης λόγω τριβής είναι  $M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm}$

(γ) Αν στη συνέχεια η ροπή στρέψης  $M_t$  σταματήσει να ενεργεί πάνω στον άξονα, να υπολογίσετε το χρόνο  $t$  που χρειάζεται για να σταματήσουν να περιστρέφονται ο άξονας και ο δίσκος.

$$(\alpha) I = \frac{m \cdot d^2}{8} = \frac{60 \cdot 0,3^2}{8} = 0,675 \text{ kgm}^2$$

$$(\beta) \omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 2\pi \text{ rad/s} \quad \omega_2 = \frac{2\pi \cdot n_2}{60} = \frac{2\pi \cdot 300}{60} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 6,28 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 31,4 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = \omega_1 + \alpha t$$

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{31,4 - 6,28}{4} = 6,28 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha = 0,675 \cdot 6,28 = 4,239 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = M - M_{\text{tfr}} = 4,239 \quad M = 4,239 + 2 = 6,239 \text{ Nm}$$

$$(\gamma) \omega_1 = 31,4 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 0$$

$$M_{\text{tfr}} = I \cdot a \Rightarrow a = \frac{M_{\text{tfr}}}{I} = \frac{2}{0,675} = 2,963 \text{ rad/s}^2 \quad \omega_2 = \omega_1 - \alpha t \quad t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} = \frac{31,4}{2,963} = 10,6 \text{ s}$$