

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

2009

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ Ι ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 29 ΜΑΪΟΥ 2009

ΩΡΑ : 07.30 - 10.00

ΛΥΣΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α΄ - Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες

1. (α΄ τρόπος)

$$\Sigma M_A = 0$$

$$+ q \cdot 4 \times 2 - 50 \times 4 = 0$$

$$q = \frac{200}{8} = 25 \text{ kN/m}$$

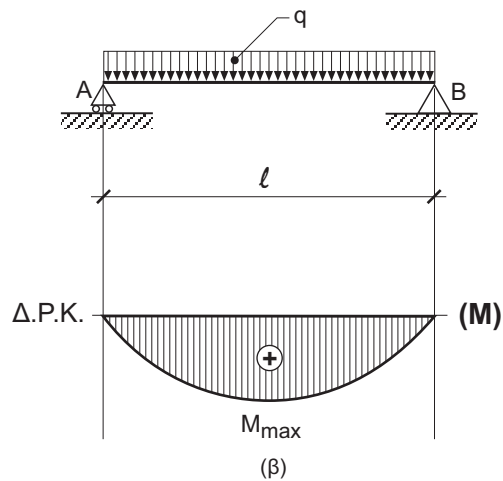
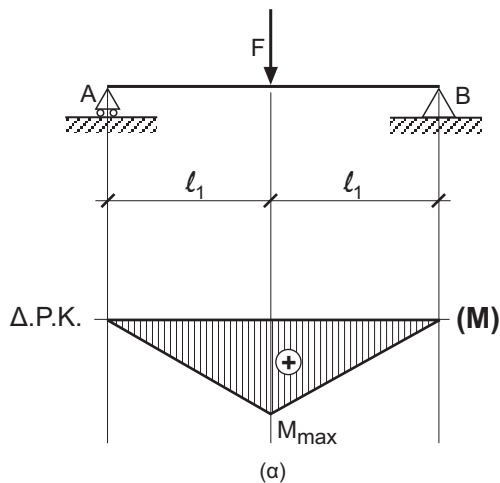
(β΄ τρόπος)

$$\Sigma F_y = 0$$

$$50 + 50 = 4q$$

$$q = \frac{100}{4} = 25 \text{ kN/m}$$

2.



3.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-50 - F_{\Gamma A} \eta\mu 30^\circ = 0$$

$$F_{\Gamma A} \eta\mu 30^\circ = -50$$

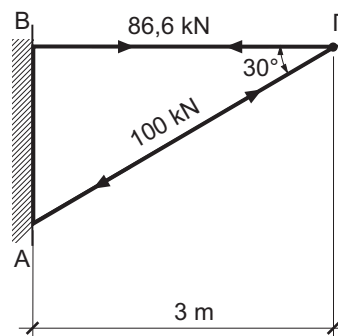
$$F_{\Gamma A} = \frac{-50}{0,5} = -100 \text{ kN (θλίψη)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$- F_{\Gamma B} - F_{\Gamma A} \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0$$

$$-(-100) 0,866 = F_{\Gamma B}$$

$$F_{\Gamma B} = 86,6 \text{ kN (εφελκυσμός)}$$



4. Η ράβδος (γ) θα λυγίσει πρώτη, διότι το ελεύθερο μήκος λυγισμού της (ℓ) είναι μεγαλύτερο σε σχέση με τις δύο άλλες περιπτώσεις.

(α) $\ell = 0,5 L$ (β) $\ell = 0,7 L$ (γ) $\ell = L$

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\varepsilon\lambda}}{\ell^2}$$

5. Λόγω συμμετρίας της φόρτισης της δοκού: $R_A = R_B$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B = F + F$$

$$2R_A = 2F$$

$$R_A = F$$

$$M^{\Gamma} = R_A \cdot 2$$

$$M^{\Gamma} = 40 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (σύμφωνα με το Δ.Ρ.Κ.)}$$

$$40 = F \cdot 2$$

$$F = 40/2 = 20 \text{ kN}$$

6. M: Ροπή κάμψης

I : Ροπή αδράνειας της διατομής

σ : Τάση

y : Απόσταση της ουδέτερης γραμμής μέχρι το σημείο υπολογισμού της τάσης

E : Μέτρο ελαστικότητας του υλικού

R: Ακτίνα καμπυλότητας της ουδέτερης στρώσης

- 7.

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\varepsilon\lambda}}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 200 \text{ kN} \cdot 20\,000 \text{ mm}^4}{\text{mm}^2 \cdot 16 \cdot 10^6 \text{ mm}^2} = 2,46 \text{ kN}$$

8. Η διατομή B έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x, διότι:

Ροπή αδράνειας διατομής A:

$$I_{x-x}^A = \frac{\alpha \cdot \beta^3}{12}$$

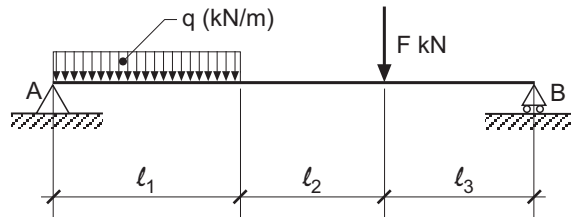
Ροπή αδράνειας διατομής B:

$$I_{x-x}^B = \frac{\beta \cdot \alpha^3}{12}$$

$$I_{x-x}^B > I_{x-x}^A$$

9. Όπως φαίνεται από το Δ.Τ.Δ. στις περιοχές των στηρίξεων Α και Β, οι τέμνουσες δυνάμεις παρουσιάζουν το μεγαλύτερο μέγεθος. Γι' αυτό το λόγο γίνεται πύκνωση των συνδετήρων στις περιοχές αυτές, για την παραλαβή των αυξημένων διατμητικών τάσεων.

10.



11.

$$W_x = \frac{30 \cdot 60^2}{6} = 18000 \text{ cm}^3$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{x-x}}{A}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 60^3}{12 \cdot 30 \cdot 60}} = \sqrt{300} = 17,32 \text{ cm}$$

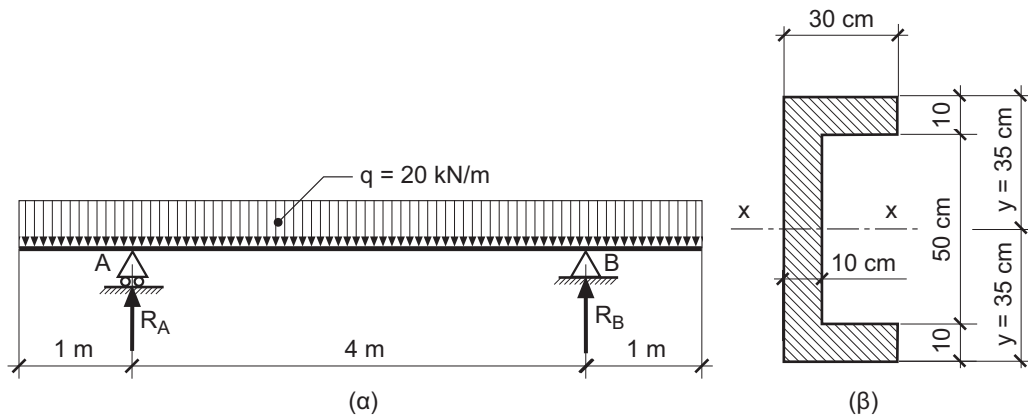
12. $\Sigma M_A = 0$

$$M_A = -20 \cdot 2 - 40 \cdot 1 \cdot 1,5 = -40 - 60 = -100 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_A = -100 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ - Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 8 μονάδες

13.



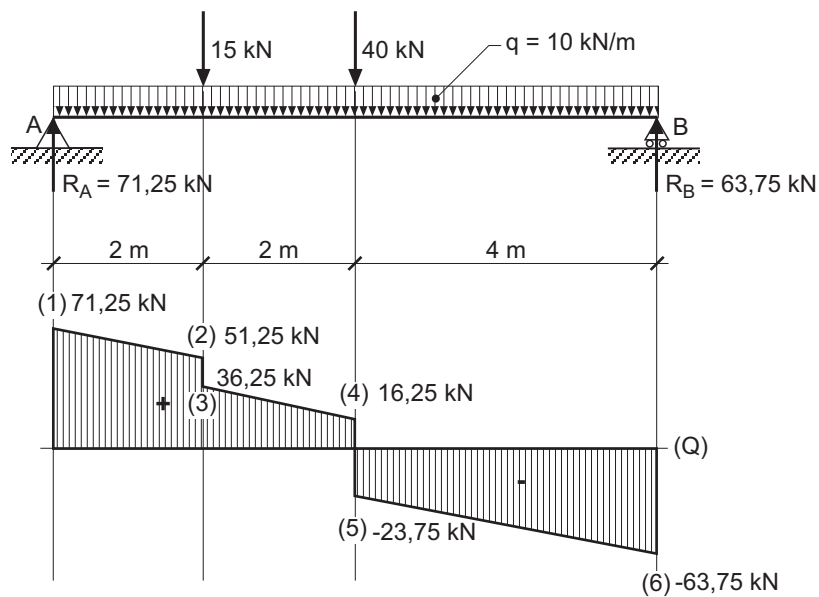
$$R_A = R_B = 20 \text{ kN/m} \cdot 6 \text{ m} / 2 = 60 \text{ kN}$$

$$M_{\max} = R_A \cdot 2 - q \cdot 3^2 / 2 = 120 - 90 = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y}{I_{x-x}} = \frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 35 \text{ cm}}{64,92 \cdot 10^4 \text{ cm}^4} = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^2 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm}}{64,92 \cdot 10^4 \text{ cm}^4} = 161,74 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{\theta\lambda} = \sigma_{\varepsilon\varphi} = \frac{161,74 \text{ N}}{10 \cdot 10 \text{ mm}^2} = 1,62 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Λόγω συμμετρίας της διατομής})$$

14.



$$\Sigma M_A = 0 \quad \rightarrow R_B$$

$$10 \cdot 8 \cdot 4 + 15 \cdot 2 + 40 \cdot 4 - R_B \cdot 8 = 0$$

$$R_B = (320 + 30 + 160) / 8 = 63,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad \rightarrow R_A$$

$$-10 \cdot 8 \cdot 4 - 15 \cdot 6 - 40 \cdot 4 + R_A \cdot 8 = 0$$

$$R_A = (320 + 90 + 160)/8 = 71,25 \text{ kN}$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

$$63,75 + 71,25 = 10 \cdot 8 + 15 + 40$$

$$135 = 135$$

$$Q_1 = 71,25 \text{ kN}$$

$$Q_2 = 71,25 - 10 \cdot 2 = 51,25 \text{ kN}$$

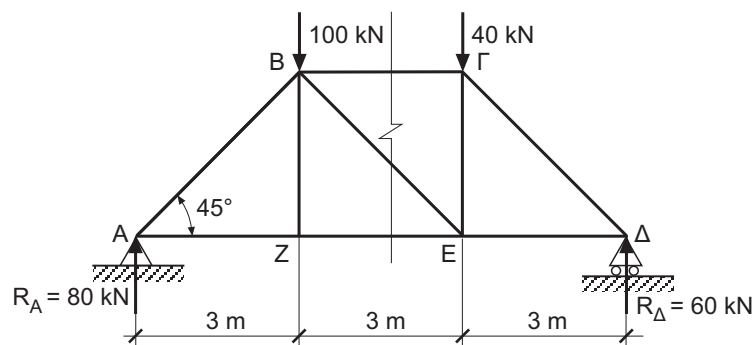
$$Q_3 = 51,25 - 15 = 36,25 \text{ kN}$$

$$Q_4 = 36,25 - 10 \cdot 2 = 16,25 \text{ kN}$$

$$Q_5 = 16,25 - 40 = -23,75 \text{ kN}$$

$$Q_6 = -23,75 - 40 = -63,75 \text{ kN}$$

15.



$$\Sigma M_A = 0$$

$$100 \cdot 3 + 40 \cdot 6 - R_{\Delta} \cdot 9 = 0$$

$$540 = R_{\Delta} \cdot 9$$

$$R_{\Delta} = 60 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_{\Delta} = 0$$

$$R_A \cdot 9 - 100 \cdot 6 - 40 \cdot 3 = 0$$

$$R_A \cdot 9 = 720$$

$$R_A = 80 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_A \cdot 6 - 100 \cdot 3 + F_{(B\Gamma)} \cdot 3 = 0$$

$$80 \cdot 6 - 300 = - F_{(B\Gamma)} \cdot 3$$

$$F_{(B\Gamma)} = - 60 \text{ kN (Θλίψη)}$$

16. Επειδή $\lambda = 121 > 100$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο:

$$F_{\text{κρ.}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 341,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{(0,7 \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ mm})^2}$$

$$\ell = 0,7 \cdot L$$

$$F_{\text{κρ.}} = 901\,440 \text{ N} = 901,44 \text{ kN}$$

$$F_{\text{επ.}} = \frac{F_{\text{κρ.}}}{\gamma} = \frac{901,44}{2,5} = 360,58 \text{ kN}$$

ΜΕΡΟΣ Γ' - Η ορθή απάντηση βαθμολογείται με 20 μονάδες

17. (α) $\Sigma M_A = 0 \rightarrow R_B$

$$30 \cdot 6 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 30 \cdot 8 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B = (540 + 240 + 240)/6 = 170 \text{ kN}$$

$\Sigma M_B = 0 \rightarrow R_A$

$$-30 \cdot 6 \cdot 3 - 60 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + R_A \cdot 6 = 0$$

$$R_A = (540 + 120 - 60)/6 = 100 \text{ kN}$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

$$100 + 170 = 30 \cdot 6 + 60 + 30$$

$$270 = 270$$

(β) **Διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων (Q)**

$$Q_{\Gamma}^{A\rho} = 100 - 30 \cdot 4 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\Delta\epsilon\xi} = -20 - 60 = -80 \text{ kN}$$

$$Q_B^{A\rho} = 100 - 30 \cdot 6 - 60 = -140 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\Delta\epsilon\xi} = -140 + 170 = +30 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\Delta\epsilon\xi} = +30 - 30 = 0 \text{ (Έλεγχος)}$$

(γ) Διάγραμμα των Ροπών κάμψης (M)

$$M_{\Gamma} = 100 \cdot 4 - 30 \frac{4^2}{2} = 400 - 240 = 160 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B}^{\Delta \epsilon \xi} = 100 \cdot 6 - 30 \frac{6^2}{2} - 60 \cdot 2 = 600 - 540 - 120 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B}^{A \rho} = -30 \cdot 2 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (Έλεγχος)}$$

(δ) Υπολογισμός απόστασης x

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$x = 100/30 = 3,33 \text{ m}$$

(δ) Υπολογισμός μέγιστης ροπής κάμψης M_{\max}

$$M_{\max} = R_A \cdot x - q \frac{x^2}{2}$$

$$M_{\max} = 100 \cdot 3,33 - 30 \frac{3,33^2}{2}$$

$$M_{\max} = 333 - 166,33 = 166,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

