

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

Μάθημα : **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: **Σάββατο, 14 Ιουνίου 2008**
7:30 – 10:30

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από δύο (2) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int_0^2 4x^3 dx$.
2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου με εξίσωση $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.
3. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{x^2 + 2x}$.
4. Οι βαθμοί που πήρε ένας μαθητής σε πέντε διαγωνίσματα στο μάθημα των Μαθηματικών είναι 14, 17, x, 20 και 12. Να βρείτε το x, αν ο μέσος όρος των βαθμών των πέντε διαγωνισμάτων του είναι 16.
5. Αν η συνάρτηση $y = x^2 + ax - 8$ έχει τοπικό ακρότατο στο σημείο με $x=2$, να υπολογίσετε την τιμή του α.
6. Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης **ΙΣΟΤΗΤΑ**. Πόσοι από αυτούς τους αναγραμματισμούς έχουν τα δύο **T** σε συνεχόμενες θέσεις;
7. Για το ενδεχόμενο A ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει: $\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{4}{3}$.
Να υπολογίσετε την πιθανότητα P(A).

8. Να βρείτε την κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης με εξίσωση $x^2 + y^2 + 2y = 4$ στο σημείο της $A(2, 0)$.
9. Μια κάλπη περιέχει 20 λαχνούς αριθμημένους από το 1 μέχρι το 20. Παίρνουμε στην τύχη ένα λαχνό. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
 Α: η ένδειξη του λαχνού να διαιρείται με το 2
 Β: η ένδειξη του λαχνού να διαιρείται με το 2 και το 3.
10. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $x = \eta\mu\theta$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, ή με άλλο τρόπο να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}} dx$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = x^3 - 3x^2$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, τα σημεία τομής της με τους άξονες, τη μονοτονία της, τα ακρότατά της, το σημείο καμπής της και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
2. Η τιμή πώλησης ενός προϊόντος σε ευρώ σε δέκα διαφορετικά καταστήματα είναι: 15, 10, 13, 14, 15, 15, 9, 10, 17 και 12.
 Να βρείτε:
 α) τη μέση τιμή \bar{x}
 β) την επικρατούσα τιμή x_e
 γ) τη διάμεσο x_δ
 δ) την τυπική απόκλιση.
3. Από μια ομάδα 6 αγοριών και 4 κοριτσιών θα σχηματίσουμε μια τριμελή επιτροπή.
 α) Πόσες διαφορετικές επιτροπές μπορούμε να σχηματίσουμε αν
 i. δεν υπάρχει κανένας περιορισμός;
 ii. στην επιτροπή θα υπάρχουν τουλάχιστον 2 αγόρια;
 β) Αν επιλέξουμε μια επιτροπή τυχαία, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
 Α: η επιτροπή να αποτελείται μόνο από κορίτσια.
 Β: η επιτροπή να αποτελείται από 2 αγόρια και 1 κορίτσι.

4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \sin^2 x$.

α) Να δείξετε ότι: $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 2$.

β) Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \sin^2 x dx$.

5. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της

β) την παράγωγό της

γ) τις ασύμπτωτές της

δ) την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο με $x=3$.

.....Τ Ε Λ Ο Σ