

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2007

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τετάρτη, 6 Ιουνίου 2007
11:00 – 14:00

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄

1.	$V = a^3$ $V = 5^3$ $V = 125 \text{ cm}^3$				
2.	$\bar{x} = \frac{14+17+16+11+18+12+13+19}{8}$ $\bar{x} = \frac{120}{8}$ $\bar{x} = 15$				
3.	$y = 3x^2 - 6x + 8$ $\frac{dy}{dx} = 6x - 6$				
4.	$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ <p>Στον κύκλο έχουμε: $g = -2$, $f = 3$ και $c = -3$</p> <p>Άρα το κέντρο του έχει συντεταγμένες $K(2, -3)$</p> <p>Η ακτίνα του είναι: $R = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$</p> $R = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 - (-3)} = \sqrt{16} = 4$				
5.	$\Delta_3^6 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} = 120$ <p style="text-align: center;">ή <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td style="padding: 2px 10px;">6</td><td style="padding: 2px 10px;">5</td><td style="padding: 2px 10px;">4</td></tr></table></p> $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$	6	5	4	
6	5	4			

6. $2\eta\mu^2x - 7\eta\mu x + 3 = 0$ Θέτω $\eta\mu x = \omega$

$$2\omega^2 - 7\omega + 3 = 0$$

$$(2\omega - 1)(\omega - 3) = 0$$

$$\omega = \frac{1}{2} \quad \text{ή} \quad \omega = 3$$

$$\omega = \frac{1}{2} \quad \eta\mu x = \frac{1}{2}$$

$$\eta\mu x = \eta\mu 30^\circ$$

$$x = 360\kappa + 30^\circ, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$x = 360\kappa + 180^\circ - 30^\circ$$

$$x = 360\kappa + 150^\circ, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\omega = 3 \Rightarrow \eta\mu x = 3 \text{ (αδύνατη)}$$

7. ΘΑΛΑΣΣΑ

$$M_7^\varepsilon = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

A _ _ _ _ _ A A, Λ, Σ, Σ, Θ

$$M_5^\varepsilon = \frac{5!}{2!} = 60$$

8. $u = OK = 8 \text{ cm}$

$AB = 12 \text{ cm} \Rightarrow OM = 6 \text{ cm}$

$(KM)^2 = (KO)^2 + (OM)^2$

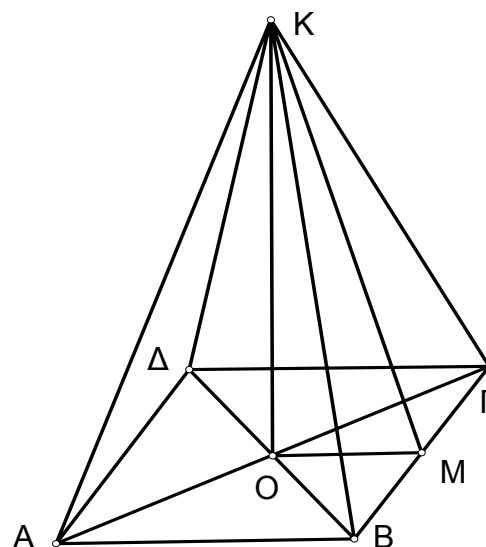
$h^2 = 8^2 + 6^2 \Rightarrow h^2 = 64 + 36$

$h^2 = 100 \Rightarrow h = 10 \text{ cm}$

$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$

$E_{\pi} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10}{2}$

$E_{\pi} = 240 \text{ cm}^2$



$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$

$V = \frac{144 \cdot 8}{3}$

$V = 384 \text{ cm}^3$

9. $P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

α) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

$P(A \cup B) = \frac{7}{12}$

β) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A/B) = \frac{1/4}{1/3}$

$P(A/B) = \frac{3}{4}$

10. $x - y = 5$
 $x^2 + y^2 = 13$

$$x = 5 + y$$
$$x^2 + y^2 = 13$$

$$x = 5 + y$$
$$(5 + y)^2 + y^2 = 13$$

$$25 + 10y + y^2 + y^2 - 13 = 0$$

$$2y^2 + 10y + 12 = 0$$

$$y^2 + 5y + 6 = 0$$

$$(y + 3)(y + 2) = 0$$

$$y + 3 = 0 \quad \text{ή} \quad y + 2 = 0$$

$$y = -3 \quad \text{ή} \quad y = -2$$

$$\text{Av } y = -3 \Rightarrow x = 5 - 3 \Rightarrow x = 2 \quad (x, y) = (2, -3)$$

$$\text{Av } y = -2 \Rightarrow x = 5 - 2 \Rightarrow x = 3 \quad (x, y) = (3, -2)$$

ΜΕΡΟΣ Β΄**1.**

$$\alpha) \text{ Φόροι: } 14000 \cdot \frac{12}{100} = \text{£ } 1680$$

Συνολικό ποσό που πλήρωσε: $14000+1680+1320= \text{£ } 17000$

$$\beta) \text{ Κέρδος: } 17000 \cdot \frac{20}{100} = \text{£ } 3400$$

Τιμή πώλησης: $17000 + 3400 = \text{£ } 20400$

2.

x_i	f_i	$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
0	1	0	-2	4	4
1	7	7	-1	1	7
2	11	22	0	0	0
3	4	12	1	1	4
4	1	4	2	4	4
5	1	5	3	9	9
	25	50			28

α) Η επικρατούσα τιμή είναι: $x_\varepsilon = 2$

β) Η μέση τιμή είναι:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{50}{25} = 2$$

γ) Η τυπική απόκλιση είναι:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{28}{25}} = \sqrt{1,12} \approx 1,06$$

3.

$$N(\Omega) = \binom{12}{5} = \frac{12!}{5!7!} = 792$$

α) A: Μόνο άνδρες

$$N(A) = \binom{8}{5} = \frac{8!}{5!3!} = 56$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{56}{792} = \frac{7}{99} \approx 0,07$$

β) B: Τρεις άνδρες και δύο γυναίκες

$$N(B) = \binom{8}{3} \cdot \binom{4}{2} = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{4!}{2!2!} = 56 \cdot 6 = 336$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{336}{792} = \frac{42}{99} \approx 0,42$$

γ) Γ: Το πολύ δύο γυναίκες

(0 Γ και 5A) ή (1 Γ και 4A) ή (2 Γ και 3A)

$$N(\Gamma) = \binom{8}{5} + \binom{4}{1} \cdot \binom{8}{4} + \binom{4}{2} \cdot \binom{8}{3} = 56 + 4 \cdot 70 + 336 = 672$$

$$\Rightarrow P(\Gamma) = \frac{672}{792} = \frac{28}{33} \approx 0,85$$

4.

α) $y = x \sin x$ να δείξετε ότι: $\frac{d^2y}{dx^2} + y + 2\eta\mu x = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \sin x - x \eta\mu x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\eta\mu x - \eta\mu x - x \sigma\upsilon\nu x$$

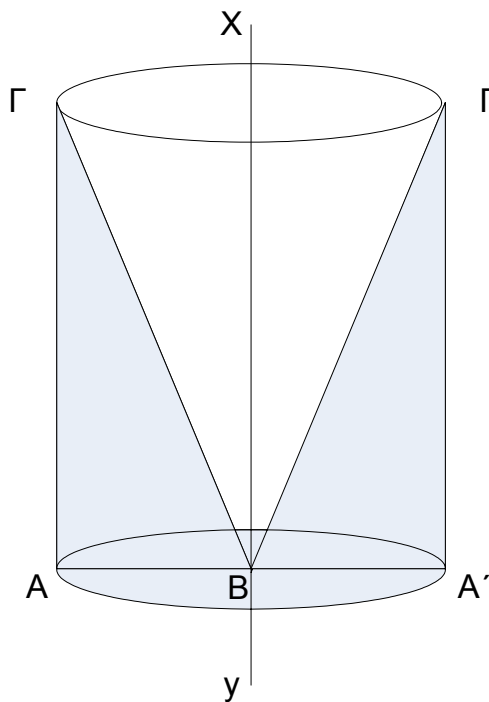
$$\frac{d^2y}{dx^2} + y + 2\eta\mu x = -\eta\mu x - \eta\mu x - x \sigma\upsilon\nu x + x \sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu x = 0$$

$$\beta) \int (x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}} - 5) dx =$$

$$= \int (x^2 + 3x^{-\frac{1}{2}} - 5) dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} + 6x^{\frac{1}{2}} - 5x + c = \frac{x^3}{3} + 6\sqrt{x} - 5x + c$$

5.



$$\begin{aligned} \Gamma' \quad \lambda^2 &= u^2 + R^2 \\ 13^2 &= u^2 + 5^2 \\ u^2 &= 169 - 25 = 144 \\ u &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Στοιχεία κυλίνδρου

$$\begin{aligned} R &= 5 \text{ cm} \\ u &= 12 \text{ cm (Π.Θ)} \end{aligned}$$

Στοιχεία κώνου

$$\begin{aligned} R &= 5 \text{ cm} \\ \lambda &= 13 \text{ cm} \\ u &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$E_{ολ} = E_{\beta} + E_{κ.κυλινδρου} + E_{κ.κωνου}$$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= \pi R^2 + 2\pi R u + \pi R \lambda \\ &= \pi 5^2 + 2 \pi 5 \cdot 12 + \pi 5 \cdot 13 \\ &= 25\pi + 120\pi + 65\pi \\ &= 210\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$V_{ολ} = V_{κυλινδρου} - V_{κωνου}$$

$$\begin{aligned} &= \pi R^2 u - \frac{\pi R^2 \cdot u}{3} \\ &= \pi 5^2 \cdot 12 - \frac{\pi 5^2 \cdot 12}{3} \\ &= 300\pi - 100\pi \\ &= 200\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$