

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

2007

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ Ι ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΩΡΑ : 07.30 - 10.00

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΔΙΟΡΘΩΤΕΣ

ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α΄

1. $M_A = 12 \times 3 - 30 \times 2 \times 2 = 36 - 120 = -84 \text{ kN} \cdot \text{m}$

2. $F = 100 \text{ kN}$

$$F_x = 100 \sin 30^\circ = 86,6 \text{ kN}$$

$$F_y = 100 \sin 60^\circ = 50,00 \text{ kN}$$

$$R_A = R_B^y = F_y/2 = 50/2 = 25 \text{ kN (Λόγω συμμετρίας στη φόρτιση)}$$

$$-R_B^x + F_x = 0$$

$$R_B^x = F_x = 86,6 \text{ kN}$$

3. Λόγω συμμετρίας της φόρτισης της δοκού: $R_A = R_B$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B = F + F$$

$$2R_A = 2F$$

$$R_A = F$$

$$M^I = R_A \cdot 3$$

$$M^I = 36 \text{ kN} \cdot \text{m (σύμφωνα με το Δ.Ρ.Κ.)}$$

$$36 = F \cdot 3$$

$$F = 36/3 = 12 \text{ kN}$$

4. M: Ροπή κάμψης

I : Ροπή αδράνειας της διατομής

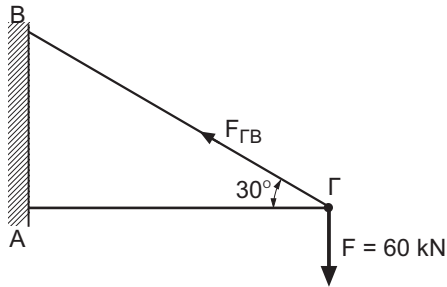
σ : Τάση

y : Απόσταση της ουδέτερης γραμμής μέχρι το σημείο υπολογισμού της τάσης

E : Μέτρο ελαστικότητας του υλικού

R: Ακτίνα καμπυλότητας της ουδέτερης στρώσης

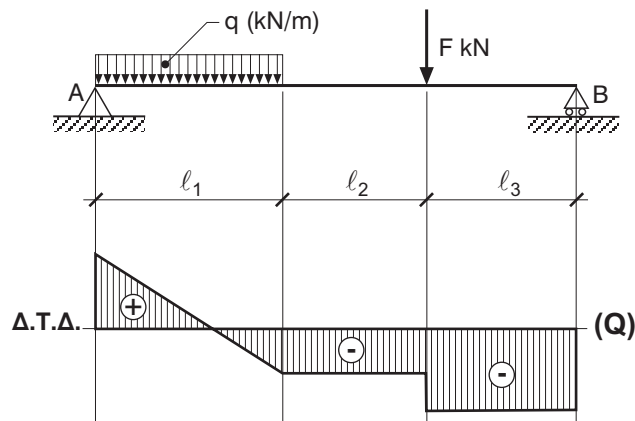
5.



$$\Sigma F_y = 0$$

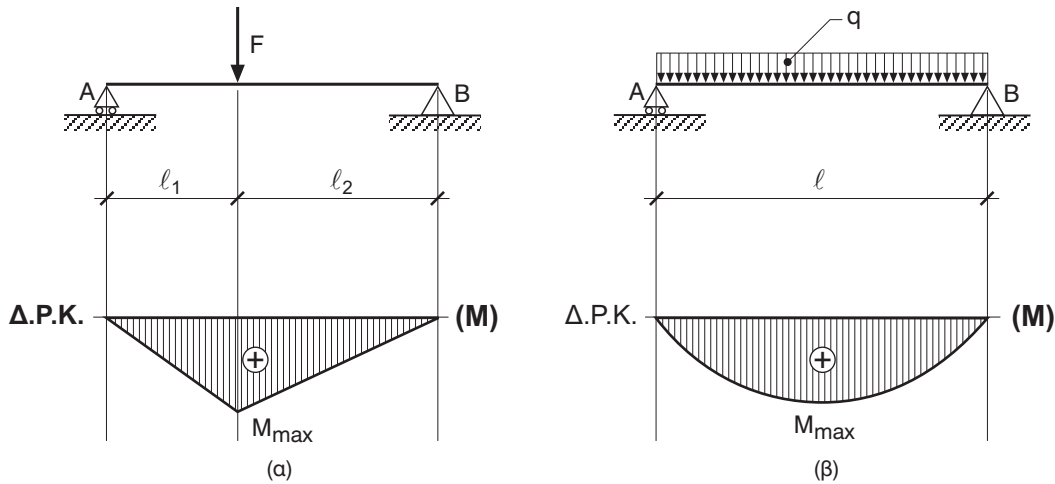
$$F_{\Gamma B} = 60 \text{ kN} / \sin 60^\circ = 120 \text{ kN (εφελκυστική)}$$

6.



7. Η ορθή απάντηση είναι η (β) διότι η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι στην τετάρτη δύναμη.

8.



9.

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$32 - 12 \cdot x = 0$$

$$x = \frac{32}{12} = 2,67 \text{ m}$$

10. $\Sigma M_A = 0$

$$-20 \times 2 + q \cdot 3 \times 1,5 - 35 \times 4 = 0$$

$$q = \frac{40 + 140}{4,5} = 40 \text{ kN/m}$$

11. Η ορθή πρόταση είναι η (δ)

(δ) Όταν δοκός πρόβολος φορτίζεται όπως στο σχήμα 11, τότε οι ίνες που βρίσκονται πάνω από τον ουδέτερο άξονα καταπονούνται σε εφελκυσμό, ενώ οι ίνες που βρίσκονται κάτω από τον ουδέτερο άξονα καταπονούνται σε θλίψη.

12. Η διατομή (β) έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x, διότι:

Ροπή αδράνειας διατομής (α):

$$I_{x-x}^{\alpha} = \frac{\alpha \cdot \beta^3}{12}$$

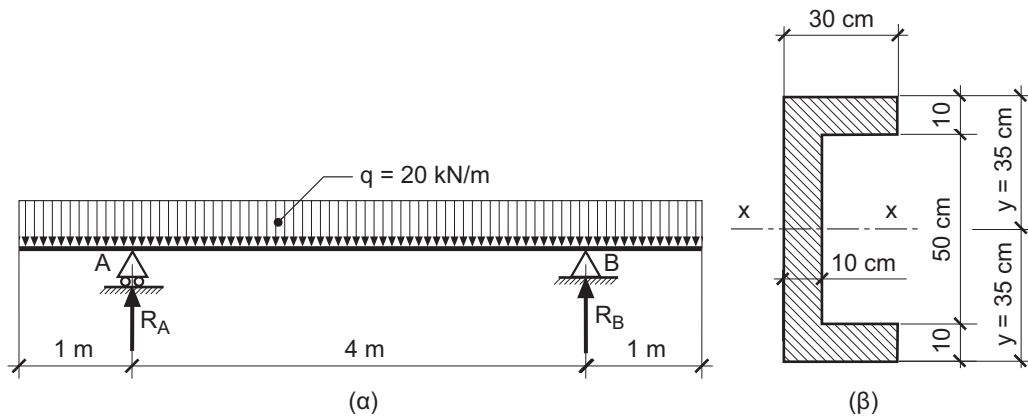
Ροπή αδράνειας διατομής (β):

$$I_{x-x}^{\beta} = \frac{\beta \cdot \alpha^3}{12}$$

$$\alpha > \beta, \quad \text{Άρα } I_{x-x}^{\beta} > I_{x-x}^{\alpha}$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

13.



$$R_A = R_B = 20 \text{ kN/m} \cdot 6 \text{ m} / 2 = 60 \text{ kN}$$

$$M_{\max} = R_A \cdot 2 - q \cdot 3^2 / 2 = 120 - 90 = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y}{I_{x-x}} = \frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 35 \text{ cm}}{64,92 \cdot 10^4 \text{ cm}^4} = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^2 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm}}{64,92 \cdot 10^4 \text{ cm}^4} = 161,74 \text{ N/cm}^2$$

$$\sigma_{\theta\lambda} = \sigma_{\varepsilon\varphi} = \frac{161,74 \text{ N}}{10 \cdot 10 \text{ mm}^2} = 1,62 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{Λόγω συμμετρίας της διατομής})$$

14.

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M \cdot y}{I}$$

$$M^{y-y} = 160 \cdot 0,7 - 340 \cdot 0,1 = 112 - 34 = 78 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\sigma_c = \frac{F}{A} = \frac{340 + 160}{1,8 \cdot 0,8} = 347 \text{ kN/m}^2 = \frac{347 \cdot 10^3 \text{ N}}{10^3 \cdot 10^3 \text{ mm}^2} = 0,347 \text{ N/mm}^2$$

$$I_{y-y} = 0,8 \frac{1,80^3}{12} = 0,389 \text{ m}^4$$

$$y_c = y_t = 0,9 \text{ m} \quad (\text{λόγω συμμετρίας})$$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{78 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0,9 \text{ m}}{0,389 \text{ m}^4} = 180,46 \text{ kN/m}^2 = \frac{180,46 \cdot 10^3 \text{ N}}{10^3 \cdot 10^3 \text{ mm}^2} = 0,180 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_c = \sigma_t = 0,180 \text{ N/mm}^2 \text{ (λόγω συμμετρίας } y_c = y_t)$$

$$\text{Πλευρά "Α": } \sigma_t = \frac{F}{A} + \frac{M \cdot y_t}{I} = -0,347 + 0,180 = -0,167 \text{ N/mm}^2$$

Παρατήρηση: Η πλευρά "Α" θλίβεται αφού το πρόσημο της τάσης είναι αρνητικό ($\sigma_t = -0,167 \text{ N/mm}^2$)

$$\text{Πλευρά "Β": } \text{Θλίβεται με τάση } \sigma_c = \frac{F}{A} - \frac{M \cdot y_c}{I} = -0,347 - 0,180 = -0,527 \text{ N/mm}^2$$

15.

$$M = \frac{1}{2} q \cdot \ell^2 = \frac{1}{2} 40 \cdot 2^2 = 80 \text{ kN} \cdot \text{m} = 80 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 10^3 \text{ mm} = 80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$I_{x-x} = \frac{40 \cdot 10^3}{12} + 40 \cdot 10 \cdot 12,5^2 + \frac{10 \cdot 40^3}{12} + 10 \cdot 40 \cdot 12,5^2 =$$

$$= 3\,333,33 + 62\,500 + 53\,333,33 + 62\,500 = 181\,666,66 \text{ cm}^4$$

$$I_{x-x} = 181\,666,66 \text{ cm}^4$$

$$(\alpha) \sigma_A = \frac{M}{I} y_A$$

$$\sigma_A = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 17,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181\,666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{M}{I} y_B$$

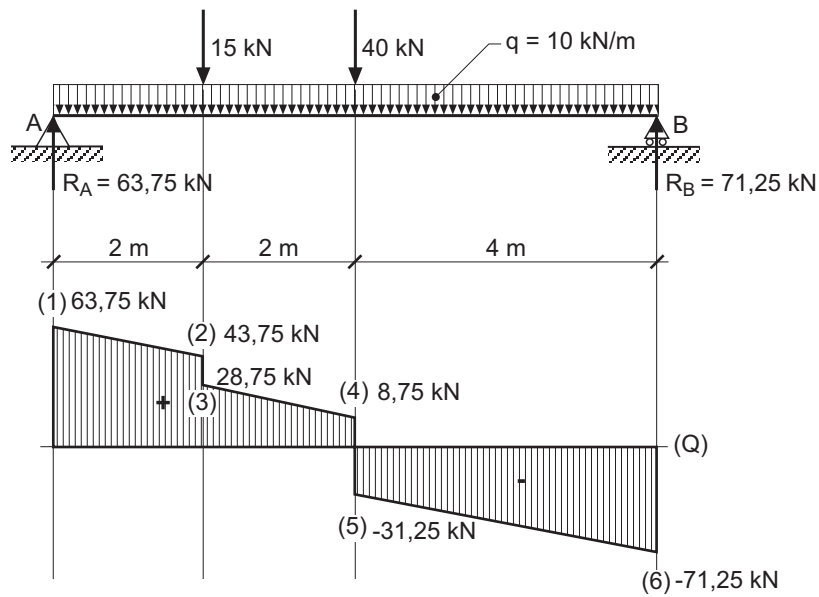
$$\sigma_B = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 32,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181\,666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$$

(β) $\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$ - Εφελκύει (Η δοκός είναι πρόβολου)

$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$ - Θλίβει το κάτω μέρος του προβόλου

16.



$$\Sigma M_A = 0 \quad \Rightarrow R_B$$

$$10 \cdot 8 \cdot 4 + 15 \cdot 2 + 40 \cdot 4 - R_B \cdot 8 = 0$$

$$R_B = (320 + 30 + 160)/8 = 63,75 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad \Rightarrow R_A$$

$$-10 \cdot 8 \cdot 4 - 15 \cdot 6 - 40 \cdot 4 + R_A \cdot 8 = 0$$

$$R_A = (320 + 90 + 160)/8 = 71,25 \text{ kN}$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

$$63,75 + 71,25 = 10 \cdot 8 + 15 + 40$$

$$135 = 135$$

$$Q_1 = 71,25 \text{ kN}$$

$$Q_2 = 71,25 - 20 = 51,25 \text{ kN}$$

$$Q_3 = 51,25 - 15 = 36,25 \text{ kN}$$

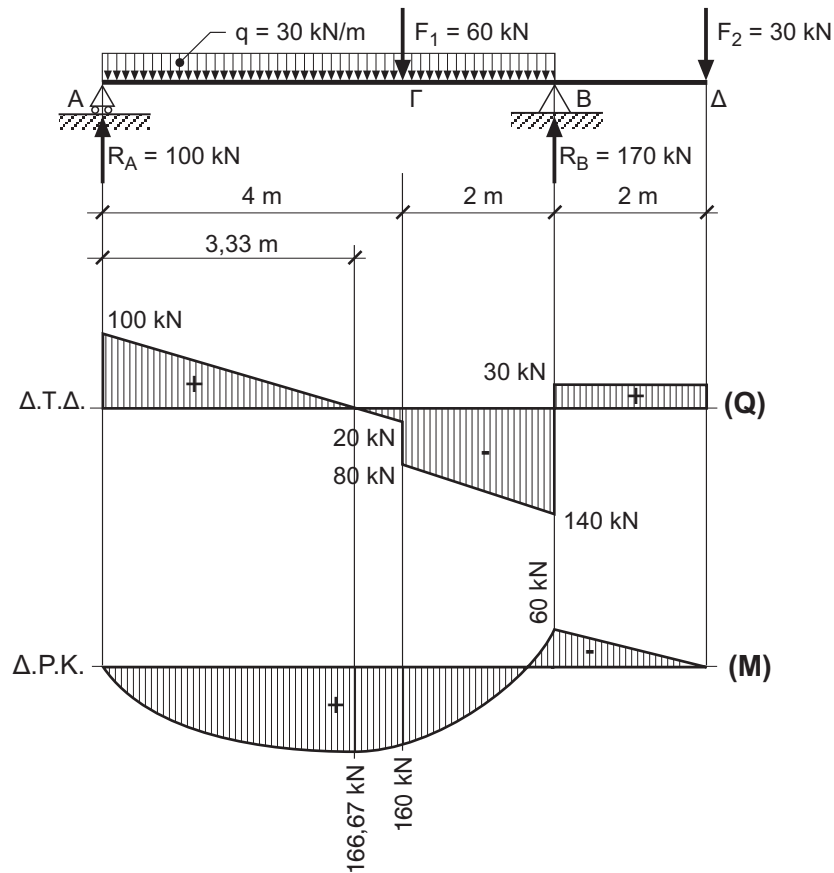
$$Q_4 = 36,25 - 20 = 16,25 \text{ kN}$$

$$Q_5 = 16,25 - 40 = -23,75 \text{ kN}$$

$$Q_6 = -23,75 - 40 = -63,75 \text{ kN}$$

ΜΕΡΟΣ Γ'

17.



$$\Sigma M_A = 0 \quad \Rightarrow R_B$$

$$30 \cdot 6 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 30 \cdot 8 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B = (540 + 240 + 240)/6 = 170 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad \Rightarrow R_A$$

$$-30 \cdot 6 \cdot 3 - 60 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + R_A \cdot 6 = 0$$

$$R_A = (540 + 120 - 60)/6 = 100 \text{ kN}$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

$$100 + 170 = 30 \cdot 6 + 60 + 30$$

$$270 = 270$$

Υπολογισμός των τεμνουσών δυνάμεων (Q)

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$x = 100/30 = 3,33 \text{ m}$$

$$Q_{\Gamma}^{Ap} = 100 - 30 \cdot 4 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\Delta\xi\xi} = -20 - 60 = -80 \text{ kN}$$

$$Q_B^{Ap} = 100 - 30 \cdot 6 - 60 = -140 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\Delta\xi\xi} = -140 + 170 = +30 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\Delta\xi\xi} = +30 - 30 = 0 \text{ (Έλεγχος)}$$

Υπολογισμός των Ροπών κάμψης (M)

$$M_{\max} = R_A \cdot x - q \frac{x^2}{2}$$

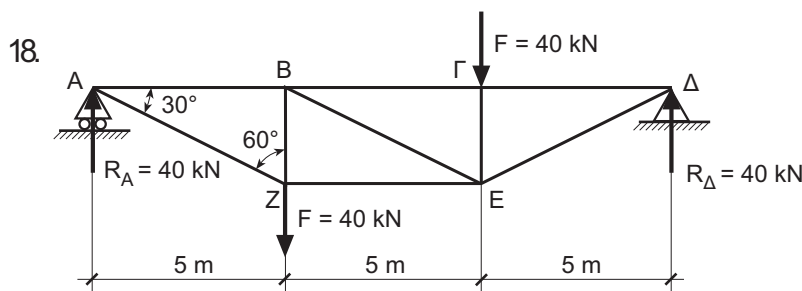
$$M_{\max} = 100 \cdot 3,33 - 30 \frac{3,33^2}{2}$$

$$M_{\max} = 333 - 166,33 = 166,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

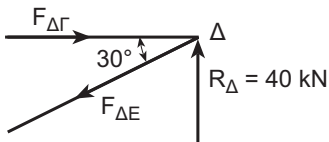
$$M_{\Gamma} = 100 \cdot 4 - 30 \frac{4^2}{2} = 160 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B^{\Delta\xi} = 100 \cdot 6 - 30 \frac{6^2}{2} - 60 \cdot 2 = 600 - 540 - 120 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B^{A\rho} = -30 \cdot 2 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (Έλεγχος ορθότητας)}$$



(α) Κόμβος Δ



Ένεκα συμμετρίας $R_A = R_{\Delta} = 40 \text{ kN}$

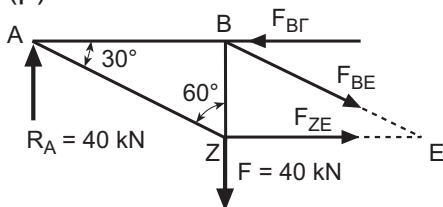
$$\Sigma F_y = + R_{\Delta} - F_{\Delta E} \cdot \text{συν}60^{\circ} = 0$$

$$F_{\Delta E} = 40 / 0,5 = 80 \text{ kN (Εφελκυστική)}$$

$$\Sigma F_x = F_{\Delta \Gamma} - F_{\Delta E} \cdot \text{συν}30^{\circ} = 0$$

$$F_{\Delta \Gamma} = 80 \cdot 0,866 = 69,3 \text{ kN (Θλιπτική)}$$

(β)



$$BZ = \text{εφ}30^{\circ} \cdot AB = 0,577 \cdot 5,0 = 2,89 \text{ m}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 5 - F_{ZE} \cdot 2,89 = 0$$

$$F_{ZE} = 40 \cdot 5 / 2,89 = 69,20 \text{ kN (Εφελκυστική)}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_A \cdot 10 - 40 \cdot 5 - F_{B\Gamma} \cdot 2,89 = 0$$

$$F_{B\Gamma} = \frac{40 \cdot 10 - 40 \cdot 5}{2,89} = 69,20 \text{ kN (Θλιπτική)}$$

ΤΕΛΟΣ