

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ**  
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**2006**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ Ι ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΜΑΘΗΜΑ** : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** : ΣΑΒΒΑΤΟ, 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

**ΩΡΑ** : 11.00 - 13.30

**Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)**

**ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄**

1. (α΄ τρόπος)

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-20 \times 2 + q \cdot 3 \times 1,5 - 35 \times 4 = 0$$

$$q = \frac{40 + 140}{4,5} = 40 \text{ kN/m}$$

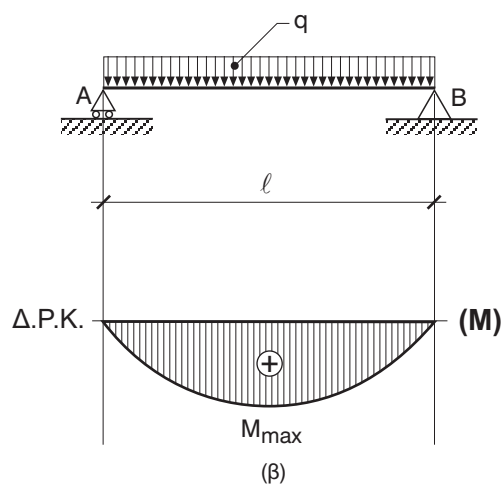
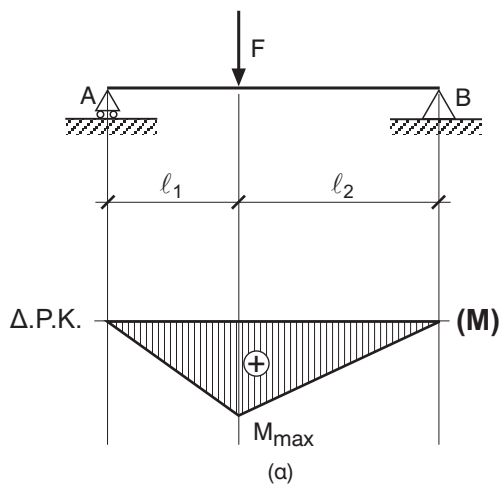
1. (β΄ τρόπος)

$$\Sigma F_y = 0$$

$$105 + 35 = 20 + 3q$$

$$q = 40 \text{ kN/m}$$

2.



3.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-60 - F_{\Gamma A} \eta\mu 30^\circ = 0$$

$$F_{\Gamma A} \eta\mu 30^\circ = -60$$

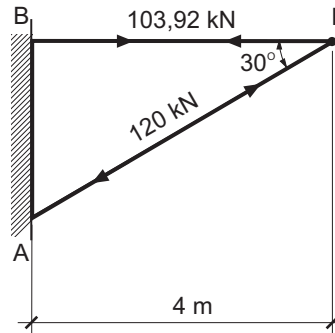
$$F_{\Gamma A} = \frac{-60}{0,5} = -120 \text{ kN (θλίψη)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{\Gamma B} - F_{\Gamma A} \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0$$

$$-(-120) 0,866 = F_{\Gamma B}$$

$$F_{\Gamma B} = 103,92 \text{ kN (εφελκυσμός)}$$



4.

$$M_{\max} = \frac{q \cdot \ell^2}{8} = \frac{20 \cdot 4^2}{8} = 40 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

5. (δ)

6. Η διατομή B έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x, διότι:

Ροπή αδράνειας διατομής A:

$$I_{x-x}^A = \frac{\alpha \cdot \beta^3}{12}$$

Ροπή αδράνειας διατομής B:

$$I_{x-x}^B = \frac{\beta \cdot \alpha^3}{12}$$

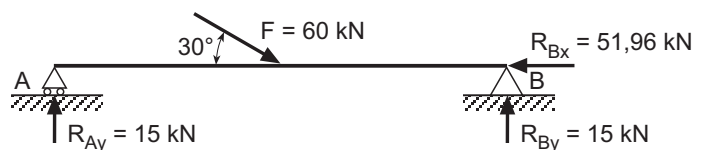
$$\alpha > \beta, \text{ Άρα } I_{x-x}^B > I_{x-x}^A$$

7.  $F = 60 \text{ kN}$

$$F_x = 60 \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 51,96 \text{ kN}$$

$$F_y = 60 \eta\mu 30^\circ = 30,00 \text{ kN}$$

$$R_{Ay} = R_{By} = F_y/2 = 30/2 = 15 \text{ kN (Λόγω συμμετρίας στη φόρτιση)}$$



8. Λόγω συμμετρίας της φόρτισης της δοκού:

$$R_A = R_B$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B = F + F$$

$$2R_A = 2F$$

$$R_A = F$$

$$M_{\Gamma} = R_A \cdot 1,5$$

$$R_A = 30/1,5 = 20 \text{ kN}$$

$$F = 20 \text{ kN}$$

9.  $M_A = - 60 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 3 = - 120 + 60 = - 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$

10. (β)  $184 \text{ cm}^4$

11.

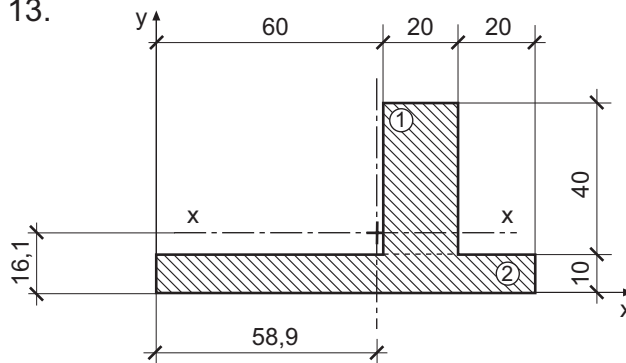
$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{20 \text{ kN} \cdot \text{m}}{120 \text{ cm}^3} = 16,66 \text{ kN/cm}^2$$

12.

$$I_{x-x} = \frac{a^4}{12} + \frac{b \cdot h^3}{12} + \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

### ΜΕΡΟΣ Β΄

13.



(α) Κέντρο επιφάνειας

Σχήμα	A	y	A · y	x	A · x
1	800	30	24000	70	56000
2	1000	5	5000	50	50000

$$\Sigma A = 1800 \quad \Sigma(A \cdot y) = 29000 \quad \Sigma(A \cdot x) = 106000$$

$$x = \Sigma(A \cdot x) / \Sigma A = 106000 / 1800 = 58,9 \text{ cm}$$

$$y = \Sigma(A \cdot y) / \Sigma A = 29000 / 1800 = 16,1 \text{ cm}$$

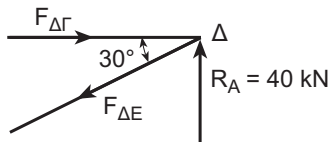
14.

**Αντιδράσεις**

$$R_A = R_\Delta = 40 \text{ kN}$$

(Λόγω συμμετρίας της φόρτισης)

(α) Κόμβος Δ



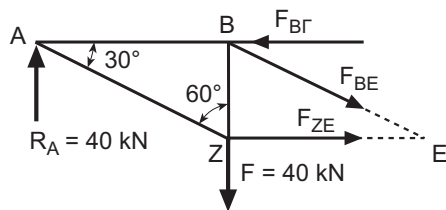
$$\Sigma F_y = + R_A - F_{\Delta E} \cdot \text{συν}60^\circ = 0$$

$$F_{\Delta E} = 40 / 0,5 = 80 \text{ kN (Εφελκυστική)}$$

$$\Sigma F_x = F_{\Delta\Gamma} - F_{\Delta E} \cdot \text{συν}30^\circ = 0$$

$$F_{\Delta\Gamma} = 80 \cdot 0,866 = 69,3 \text{ kN (Θλιπτική)}$$

(β)



$$BZ = \varepsilon\phi 30^\circ \cdot AB = 0,577 \cdot 5,0 = 2,89 \text{ m}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 5 - F_{ZE} \cdot 2,89 = 0$$

$$F_{ZE} = 40 \cdot 5 / 2,89 = 69,20 \text{ kN (Εφελκυστική)}$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_A \cdot 10 - 40 \cdot 5 - F_{B\Gamma} \cdot 2,89 = 0$$

$$F_{B\Gamma} = \frac{40 \cdot 10 - 40 \cdot 5}{2,89} = 69,20 \text{ kN (Θλιπτική)}$$

15.

$$(\alpha) I_{x-x} = \left( \frac{10 \cdot 2^3}{12} + 10 \cdot 2 \cdot 10,4^2 \right) + \left( \frac{1 \cdot 16^3}{12} + 1 \cdot 16 \cdot 1,4^2 \right) +$$

$$+ \left( \frac{15 \cdot 2^3}{12} + 15 \cdot 2 \cdot 7,6^2 \right) = 4285,36 \text{ cm}^4$$

$$I_{x-x} = 4285,36 \text{ cm}^4$$

16.

$$I_{x-x} = \frac{40 \cdot 10^3}{12} + 40 \cdot 10 \cdot 12,5^2 + \frac{10 \cdot 40^3}{12} + 10 \cdot 40 \cdot 12,5^2 =$$

$$= 3\,333,33 + 62\,500 + 53\,333,33 + 62\,500 = 181\,666,66 \text{ cm}^4$$

$$I_{x-x} = 181\,666,66 \text{ cm}^4$$

$$(\alpha) \sigma_A = \frac{M}{I} y_A$$

$$\sigma_A = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 17,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181\,666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{M}{I} y_B$$

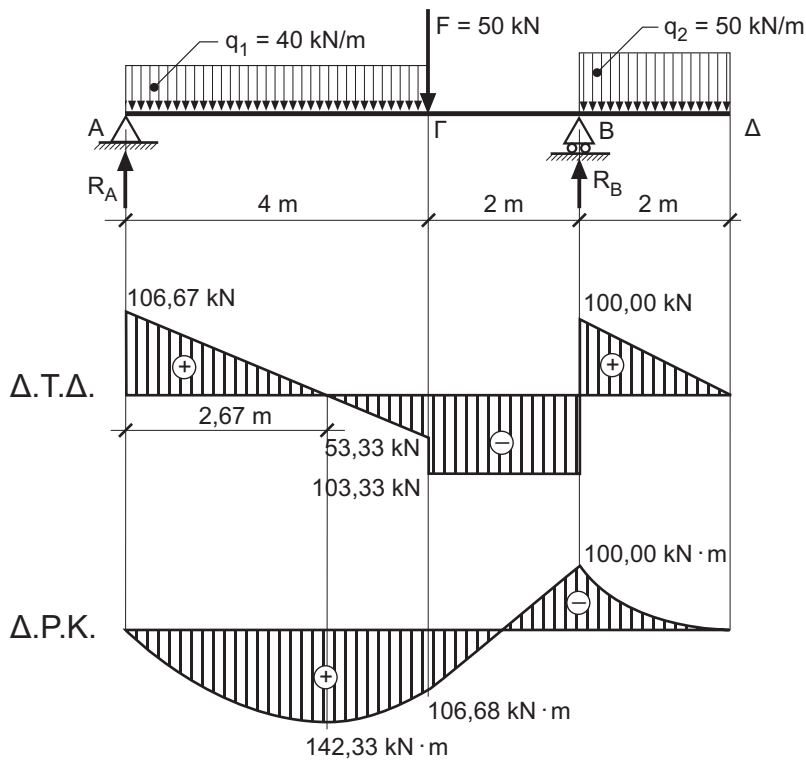
$$\sigma_B = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 32,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181\,666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$$

(β)  $\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$  - Θλίψη (Η δοκός είναι αμφιέριστη)

$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$  - Εφελκυσμός

17



### Αντιδράσεις

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 6 - 40 \cdot 4 \cdot 4 - 50 \cdot 2 + 50 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$R_A = 640 / 6 = 106,67 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$40 \cdot 4 \cdot 2 + 50 \cdot 4 - R_B \cdot 6 + 50 \cdot 2 \cdot 7 = 0$$

$$R_B = 1220 / 6 = 203,33 \text{ kN}$$

### Έλεγχος

$$R_B + R_A = 40 \cdot 4 + 50 + 50 \cdot 2 = 310 \text{ kN}$$

$$106,67 + 203,33 = 310 \text{ kN}$$

### Τέμνουσες δυνάμεις - Δ.Τ.Δ.

$$Q_x = R_A - q \cdot x = 106,67 - 40 \cdot x = 0$$

$$x = 106,67 / 40 = 2,67 \text{ m}$$

$$Q_A = R_A = 106,67 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma \text{ αρ}} = R_A - 40 \cdot 4 = 106,67 - 160 = -53,33 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma \text{ δεξ}} = -53,33 - 50,00 = -103,33 \text{ kN}$$

$$Q_{B \text{ αρ}} = -103,33 \text{ kN}$$

$$Q_{B \text{ δεξ}} = -103,33 + 203,33 = 100,00 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta \text{ αρ}} = 100,00 - 50 \cdot 2 = 0 \text{ kN}$$

**Ροπές κάμψεως - Δ.Ρ.Κ.**

$$M_x = R_A \cdot x - q \cdot x^2 / 2$$

$$M_{\max 2,67} = 106,67 \cdot 2,67 - 40 \cdot 2,67^2 / 2 = 142,23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_F = 106,67 \cdot 4 - 40 \cdot 4^2 / 2 = 426,68 - 320,00 = 106,68 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B \text{ αρ}} = 106,67 \cdot 6 - 40 \cdot 4 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = - 100,00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B \text{ δεξ}} = - 50 \cdot 2 \cdot 1 = - 100,00 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (έλεγχος)}$$

ΤΕΛΟΣ